



تمرین سری

تاریخ: بهار ۱۴۰۲

تحویل: یکشنبه ۱۰ اردی بهشت ساعت ۲۳/۵۹



دانشکده اقتصاد

دانشگاه شریف

مدرس: دکتر کوثر یوسفی

تمرین‌های تحویلی اقتصاد کلان پیشرفته ۱

توضیح: بخش اعظم نمره به گویایی، تمیزی نوشتار، و بیان دقیق ساختارهای ساخت الگو تعلق می‌گیرد. در ارائه‌ی پاسخ به سوالات اگر از قضیه و یا مساله‌ای که پیش‌تر حل شده است استفاده می‌کنید حتماً صورت دقیق آن را ذکر کنید. اگر مساله‌ای نیازمند محاسبه است، محاسبات را به‌طور کامل بنویسید. همچنین اگر سوالی نیازمند فرض‌های بیشتری، مانند بازه‌ای ویژه برای یک پارامتر، فرض تحذب مجموعه و غیره، حتماً آن را قید کنید.

سوال ۱. سخت. اقتصادی را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$u(c_t) = \frac{\theta}{\theta - 1} \cdot c_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}$$

$$Y_t = K_t^\alpha (h_t L_t)^{1-\alpha}$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

$$h_t = b k_t$$

$$L_t = L$$

در این اقتصاد تابع i_t نشان دهنده‌ی سرمایه‌گذاری در زمان t است. به عبارت دیگر سرمایه‌گذاری به ایجاد کالاهای سرمایه‌ای جدید گفته می‌شود که بتوان از آنها در فرآیند تولید استفاده کرد. همچنین تابع h_t نشان دهنده‌ی سرمایه‌ی انسانی در زمان t است. سرمایه‌ی انسانی به دانش، مهارت‌ها و توانایی‌های کارگران اشاره دارد. این سرمایه به کارگران امکان یادگیری از تجربیات را داده و باعث افزایش بهره‌وری آن‌ها در طول زمان می‌شود. نرخ رجحان زمانی را β فرض کرده و به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) مساله‌ی برنامه‌ریز اجتماعی را در زمان t نوشته و حل کنید. قیدها را به دقت توضیح داده و بیان کرده و برای هر کدام توضیح ارائه کنید.

(ب) نرخ رشد مصرف در این اقتصاد چقدر است؟

(ج) نرخ رشد پس‌انداز بهینه به فرض خطی بودن تابع پس‌انداز را به دست آورید.

(د) تعادل رقابتی در این اقتصاد را بیان کرده و حل کنید. فرض کنید که تابع عرضه‌ی نیروی کار برونزا و برابر واحد است.

(ه) نشان دهید قید بودجه‌ی خانوار به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$c_t + k_{t+1} + b_{t+1} = w_t h_t + (1 + r_t - \delta)k_t + (1 + R_t)b_t$$

- و) پس از نوشتن شرایط FOC، رابطه‌ی اوایلر را به‌دست آورید.
- ز) مساله‌ی بیشینه‌سازی سود بنگاه را بیان کرده و نرخ بهره‌ی تعادلی برای سرمایه‌ی فیزیکی و نرخ دستمزد در تعادل را به‌دست آورید.
- ح) نرخ رشد مصرف را در تعادل رقابتی به‌دست آورید.
- ط) نرخ رشد در حالت برنامه‌ریز مرکزی را با نرخ رشد حاصل از تعادل رقابتی اقتصاد غیرمتمرکز مقایسه کنید. میزان تفاوت و دلیل آن را توضیح دهید.
- ی) حال فرض کنید که دولت به هزینه‌ی خصوصی سرمایه‌ی بنگاه‌ها یارانه پرداخت می‌کند. اگر هزینه‌ی خصوصی سرمایه برای بنگاه‌ها به صورت $(1 - \tau)r_t$ باشد و این رایانه از طریق مالیات یک‌جای T روی افراد پرداخت شود، تعادل رقابتی برای این اقتصاد را به‌دست آورید.
- ک) اندازه‌ی یارانه‌ای که دولت باید تعیین کند، τ ، به گونه‌ای که نرخ رشد تعادل رقابتی مصرف با نتیجه‌ی به‌دست آمده در مساله‌ی برنامه‌ریز اجتماعی در قسمت پیشین مطابقت داشته باشد را بیابید.
- ل) دلیل وضع چنین یارانه‌ای را از سمت دولت روی سرمایه را توضیح دهید.

سوال ۲. متوسط. تابع تولید نئوکلاسیک به‌صورت

$$Y_t = A_t^\alpha L_t^\alpha K_{t-1}^{1-\alpha}$$

معرفی می‌شود. فرض کنید که بهره‌وری و نیروی کار با نرخ ثابت μ و γ رشد می‌کنند. نرخ استهلاک سرمایه‌ی فیزیکی را δ فرض کرده و سرمایه‌گذاری را نسبت ثابتی از تولید کل، s ، در نظر بگیرید. این سوال پیرامون چگونگی توسعه‌ی اقتصاد با نقطه‌ی شروع از سطح سرمایه‌ی فیزیکی K است.

- آ) مساله‌ی بنگاه را در این اقتصاد را با در نظر گرفتن تابع تولید ارائه شده بیان و حل کنید.
- ب) با استفاده از شرایط مرتبه‌ی نخست، رابطه‌های بازدهی کار و سرمایه برای دستمزد، w_t ، و بهره، r_t ، را به‌دست آورید.
- ج) رابطه‌ی زیر را در این اقتصاد استخراج کنید.

$$k_t = \frac{(1 - \delta)k_{t-1} + sk_{t-1}^{1-\alpha}}{(1 + \mu)(1 + \gamma)}$$

- د) در حالت پایدار، اندازه‌ی سرمایه‌ی فیزیکی، تولید کل، و سرمایه‌گذاری را بیابید.

سوال ۳. سخت. اقتصادی با رقابت کامل را در نظر بگیرید که رشد جمعیت و تغییر تکنولوژیک برون‌زا در آن وجود ندارد. منبع رشد خدمات مولد ارائه شده توسط دولت است. تابع تکنولوژی به‌صورت

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

بیان می‌شود. فرض کنید بهره‌وری بنگاه با سطح خدمات عمومی افزایش می‌یابد، به گونه‌ای که اگر سطح مخارج سرانه‌ی دولت را با g_t دهیم، در این صورت رابطه‌ی $A_t = g_t^{1-\alpha}$ برقرار است. گفتنی است که هر بنگاه و خانوار A_t را برون‌زا در نظر می‌گیرد، ولی به‌صورت کلی در تعادل عمومی A_t با g_t افزایش می‌یابد. دولت مالیات متفاوتی

بر درآمد حاصل از دارایی‌های مالی و نیز بر دستمزد اعمال کند. مالیات بر دارایی‌های مالی را τ_k و مالیات بر درآمد نیروی کار را τ_w در نظر بگیرید. قید بودجه‌ی متناظر با دولت و خانوار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} g_t &= \tau_k r_t k_t + \tau_w w_t \\ c_t + k_{t+1} &= (1 - \tau_k) r_t k_t + (1 - \tau_w) w_t \end{aligned}$$

تابع مطلوبیت خانوار به صورت $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln c_t$ بیان می‌شود.

(آ) مقدار r_t و w_t را از مساله‌ی بنگاه به دست آورید. مقادیر g_t ، y_t ، r_t و w_t را به تنهایی بر حسب k_t و نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w بیان کنید. محدودیت منابع این اقتصاد را بر حسب متغیرهای c_t ، k_t و k_{t+1} به همراه نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w بنویسید. توضیح دهید که چرا این اقتصاد نمونه‌ای از اقتصادی است که در مساله‌ی ۱ تشریح شد. چگونگی تاثیر نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w بر y_t و r_t را بیان کنید.

(ب) رابطه‌ی اوایلر که رشد مصرف بهینه را بر حسب متغیرهای c_t ، c_{t+1} و نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w بیان می‌کند را بنویسید. نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w چگونه بر مشوق‌های پس انداز تاثیر می‌گذارند؟

(ج) با ترکیب نتایج حاصل از دو بخش پیشین، نرخ رشد بلندمدت اقتصاد، $\gamma = \frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{c_{t+1}}{c_t}$ ، را بر حسب توابعی از نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w بیان کنید.

(د) اگر دولت آزادانه روی نرخ‌های مالیات τ_k و τ_w برای پیشینه کردن رفاه اجتماعی کنترل داشته باشد بحث کنید که دولت برای پیشینه کردن رفاه اجتماعی با چه مسائلی روبرو است. آیا باید همزمان هر دو نرخ مثبت باشند یا فقط یکی از آنها، و اگر تنها یکی از کدام یک استفاده شود؟

سوال ۴. متوسط. تکنولوژی تولید را تابعی از L ، K ، و C به صورت

$$Y = A e^{gt} K^{\alpha_1} L^{\alpha_2} C^{1-\alpha_1-\alpha_2}$$

در نظر بگیرید که در آن تمامی پارامترهای برونزا مثبت هستند. C بیانگر میزان زمین در دسترس است که ثابت در نظر گرفته می‌شود. اگر جمعیت نیروی کار با نرخ n رشد کرده و سرمایه‌ی فیزیکی با نرخ δ مستهلک شود، و میزان پس انداز را به صورت کسری برونزا از تولید کل به میزان s فرض کنید. نسبت سرمایه به تولید را $\kappa = \frac{Y}{K}$ تعریف کنید.

(آ) نرخ رشد موجودی سرمایه و تولید را به عنوان تابعی از κ بیان کنید.

(ب) با استفاده از آنچه در بخش (آ) یافته‌اید نرخ رشد نسبت سرمایه به تولید را به عنوان تابعی از κ بیان کنید.

(ج) در حالت پایدار مقدار κ را به دست آورید.

(د) نرخ رشد تولید را در حالت پایدار بیابید. در مورد علامت این نرخ اظهار نظر کنید.

(ه) نرخ رشد تولید سرانه در حالت پایدار را محاسبه و پیرامون علامت آن اظهار نظر کنید. توضیح دهید که چگونه این مقدار به نرخ رشد پیشرفت تکنولوژی g و وجود زمین بستگی دارد.